

ANDREAS SCHNEIDER



Mathebibel

Sponsored by  Easy-Tutor

MATRIZENRECHNUNG

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

Inhaltsverzeichnis

Matrizenrechnung	4
Matrizen addieren	11
Matrizen subtrahieren	14
Matrizenmultiplikation	17
Transponieren Matrix	24
Inverse Matrix	28
Inverse Matrix berechnen nach Gauß-Jordan	32
Inverse Matrix berechnen nach Cramer	37
Kofaktormatrix	42
Adjunkte	48
Inverse Matrix berechnen mit der Adjunkten	51
Zeilenstufenform	56
Normierte Zeilenstufenform	60
Bild einer Matrix	66
Rang einer Matrix	76
Kern einer Matrix	81
Defekt einer Matrix	87
Rangsatze	91
Eigenwerte und Eigenvektoren	93
Eigenwerte berechnen	98
Eigenvektoren berechnen	103
Eigenraum	113
Matrix diagonalisieren	117

Orthogonale Matrix	125
Drehmatrix	130
Hauptachsentransformation	138
Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!	161

Matrizenrechnung

In diesem Kapitel besprechen wir die Grundlagen der Matrizenrechnung.

Inhaltsverzeichnis

1. Definition
2. Rechnen mit Matrizen
3. Besondere Matrizen
 - 3.1 Quadratische Matrizen
 - 3.2 Nullmatrix
 - 3.3 Einheitsmatrix
 - 3.4 Diagonalmatrix
 - 3.5 Obere Dreiecksmatrix
 - 3.6 Untere Dreiecksmatrix
 - 3.7 Weitere Matrizen

1. Definition



Eine rechteckige Anordnung von Elementen heißt **Matrix**:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Die Elemente einer Matrix sind meist Zahlen. Es kommen aber auch z. B. Variablen und Funktionen infrage.

Die Position eines Elementes – z. B. a_{ij} – wird mit einem Doppelindex gekennzeichnet: Dabei gibt der erste Index i die Zeile und der zweite Index j die Spalte an, in der das Element steht.



Eine Matrix, die aus m Zeilen und n Spalten besteht, heißt **(m, n) -Matrix**.

Beispiel 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Die Matrix A ist eine $(3, 2)$ -Matrix.

Beispiel 2

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & -7 & 6 \end{pmatrix}$$

Die Matrix B ist eine $(2, 3)$ -Matrix.



Eine Matrix, die aus m Zeilen und n Spalten besteht, hat die **Dimension** $m \times n$.

Beispiel 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Die Matrix A hat die Dimension 3×2 .

Beispiel 4

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & -7 & 6 \end{pmatrix}$$

Die Matrix B hat die Dimension 2×3 .

2. Rechnen mit Matrizen

Matrizen lassen sich addieren, subtrahieren und multiplizieren. Außerdem kann man Matrizen transponieren sowie invertieren. Wie das funktioniert und was man dabei beachten muss, erfährst du in den folgenden Kapiteln:

- Matrizen addieren / Matrizen subtrahieren
- Matrizen multiplizieren
- Matrizen transponieren
- Matrizen invertieren

Voraussetzung	
Matrizen addieren	Anzahl der Zeilen und Spalten von A und B stimmen überein
Matrizen subtrahieren	Anzahl der Zeilen und Spalten von A und B stimmen überein
Matrizen multiplizieren	Anzahl der Spalten von A entspricht Anzahl der Zeilen von B

Die Division von Matrizen ist nicht definiert. In manchen Fällen ist aber eine Multiplikation mit der Kehrmatrix (Inverse Matrix) möglich: $A/B = A \cdot B^{-1}$.