

ANDREAS SCHNEIDER



Mathebibel

Sponsored by  Easy-Tutor

GEBROCHENRATIONALE FUNKTIONEN

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

Inhaltsverzeichnis

Gebrochenrationale Funktionen	3
Zählergrad & Nennergrad	14
Asymptote	19
Senkrechte Asymptote	23
Waagrechte Asymptote	26
Schiefe Asymptote	32
Asymptotische Kurve	37
Nullstellen berechnen	42
Polstelle	47
Hebbare Definitionslücke	56
Partialbruchzerlegung	64
Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!	72

Gebrochenrationale Funktionen

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was gebrochenrationale Funktionen sind.

Inhaltsverzeichnis

1. Bestandteile
 - 1.1 Funktionsgleichung
 - 1.2 Definitionsmenge
 - 1.3 Wertemenge
2. Eigenschaften
 - 2.1 Definitionslücken
 - 2.2 Asymptoten
3. Zählergrad & Nennergrad
4. Ausblick

Erforderliches Vorwissen

- ◀ Was ist eine Funktion?

1. Bestandteile

Eine Funktion besteht aus Funktionsgleichung, Definitionsmenge und Wertemenge.

1.1. Funktionsgleichung



Eine Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

heißt **gebrochenrationale Funktion**.

Eine gebrochenrationale Funktion ist eine Funktion, bei der sich sowohl im Zähler als auch im Nenner eines Bruchs eine ganzrationale Funktion befindet. Zu den ganzrationalen Funktionen zählen u. a. **lineare Funktionen** und **quadratische Funktionen**.

● Beispiel 1

$$f(x) = \frac{x^4}{x - 1}$$

● Beispiel 2

$$f(x) = \frac{x + 4}{x^3 + x}$$

● Beispiel 3

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4x - 5}$$

1.2. Definitionsmenge

Die **Definitionsmenge** \mathbb{D}_f ist die Menge aller x -Werte, die in die Funktion f eingesetzt werden dürfen.

In gebrochenrationale Funktionen dürfen wir grundsätzlich alle **reellen Zahlen** – außer die, für die der Nenner gleich Null wird – einsetzen:



$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{\text{Nullstellen der Nennerfunktion}\}$$

Zur Erinnerung: Eine Division durch Null ist nicht erlaubt!

● Beispiel 4

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x^4}{x-1}$$

Bestimme die Definitionsmenge.

1 Nennerfunktion gleich Null setzen

$$x - 1 = 0$$

2 Gleichung lösen

Wir lösen die lineare Gleichung durch Äquivalenzumformung:

$$x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$x = 1$$

3 Definitionsmenge aufschreiben

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$