

ANDREAS SCHNEIDER



Mathe**b**ibel

Sponsored by



Easy-Tutor

KURVENDISKUSSION

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

Inhaltsverzeichnis

Kurvendiskussion	4
Definitionsbereich bestimmen	4
Nullstellen berechnen	11
Vielfachheit von Nullstellen	17
y-Achsenabschnitt berechnen	23
Symmetrieverhalten	29
Achsensymmetrie zur y-Achse	37
Punktsymmetrie zum Ursprung	41
Achsensymmetrie zu einer beliebigen Achse	45
Punktsymmetrie zu einem beliebigen Punkt	49
1. Ableitung	54
2. Ableitung	56
Extremwerte berechnen	60
Monotonieverhalten	73
Krümmungsverhalten	83
Wendepunkt berechnen	89
Wendetangente berechnen	96
Sattelpunkt berechnen	103
Wertebereich bestimmen	110
Aufgaben zur Kurvendiskussion	117
Kurvendiskussion einer ganzrationalen Funktion	118
Kurvendiskussion einer gebrochenrationalen Funktion	130
Kurvendiskussion einer Exponentialfunktion	142

Kurvendiskussion einer Logarithmusfunktion 154

Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren! **165**

Definitionsbereich bestimmen

In diesem Kapitel schauen wir uns an, wie man den Definitionsbereich einer Funktion bestimmt. Häufig spricht man auch von der Definitionsmenge. Die beiden Begriffe haben dieselbe Bedeutung.

Inhaltsverzeichnis

1. Einordnung
2. Definitionsbereiche wichtiger Funktionen
 - 2.1 Ganzrationale Funktionen
 - 2.2 Gebrochenrationale Funktionen
 - 2.3 Exponentialfunktionen
 - 2.4 Logarithmusfunktionen

Erforderliches Vorwissen

- ◀ Was ist eine Funktion?
- ◀ Definitionsmenge

1. Einordnung



Eine **Funktion** f ist eine Zuordnung, bei der jedem Element x des Definitionsbereichs \mathbb{D} genau ein Element y des Wertebereichs \mathbb{W} zugeordnet ist.

Aus der Definition einer Funktion folgt, dass eine Funktion aus drei Teilen besteht:



- Funktionsgleichung
- Definitionsbereich
- Wertebereich

Der **Definitionsbereich** beantwortet die Frage:

„Welche x -Werte darf ich in die Funktion einsetzen?“

● Beispiel 1

Nehmen wir an, dass du die Funktion $f(x) = x^2$ untersuchen sollst. In der Aufgabenstellung ist zusätzlich der Definitionsbereich angegeben:

$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Der Definitionsbereich sagt uns in diesem Fall, dass wir nur die Werte 1, 2, 3, 4 und 5 in die Funktion $f(x) = x^2$ einsetzen dürfen. Warum ist das so? Ganz einfach: Den Definitionsbereich hat der Aufgabensteller, d. h. der „Erfinder“ der Aufgabe festgelegt.

Wir merken uns:



Der Aufgabensteller kann den Definitionsbereich einer Funktion beliebig einschränken.

Wenn du in einer Aufgabe jedoch aufgefordert wirst, den „Definitionsbereich zu bestimmen“, dann ist damit der **maximale Definitionsbereich** gemeint, für den die Rechenvorschrift grundsätzlich ausführbar ist.

● Beispiel 2

Der maximale Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ ist $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}_0^+$, denn für einen negativen Radikanden ist das **Wurzelziehen** nicht definiert.

● Beispiel 3

Der maximale Definitionsbereich der Funktion $2x^2 + x = 55 \text{ m}^2$ ist $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^+$, denn ein Flächeninhalt kann nur mithilfe positiver Seitenlängen berechnet werden.

Zur Erinnerung hier noch mal die **wichtigsten Zahlenmengen**:

Natürliche Zahlen $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

Ganze Zahlen $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Rationalen Zahlen $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$

Reelle Zahlen

 \mathbb{R}

Wie in den obigen Beispielen bereits gezeigt, lassen sich diese Zahlenmengen noch einschränken: \mathbb{R}^+ sind alle positiven reellen Zahlen, \mathbb{R}_0^+ sind alle nichtnegativen reellen Zahlen, also alle positiven reellen Zahlen inkl. 0.

2. Definitionsbereiche wichtiger Funktionen

2.1. Ganzrationale Funktionen



Der Definitionsbereich einer ganzrationalen Funktion ist \mathbb{R} .

Zu den ganzrationalen Funktionen gehören u. a. lineare Funktionen und quadratische Funktionen.

● Beispiel 4

Der Definitionsbereich von $f(x) = 3x - 6$ ist $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

● Beispiel 5

Der Definitionsbereich von $f(x) = -7x^2 + 5x + 1$ ist $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

● Beispiel 6

Der Definitionsbereich von $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x - 8$ ist $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.